

文章编号: 1000-7598-(2007)06-1187-05

加权多点灰色模型在高边坡变形预测中的应用

何习平^{1,2}, 华锡生¹, 何秀凤¹

(1. 河海大学 土木工程学院, 南京 210098; 2. 南昌工程学院 水利系, 南昌 330029)

摘要: 边坡变形是一个复杂的系统过程, 单点模型GM(1,1)不能考虑各变形监测点间的相关性。针对单点模型背景值取值方法的不足, 提出一种动态定权方法, 建立加权多点灰色预测模型(即WM-GM(1,1)模型)。利用Matlab语言编写了程序, 实例计算表明, WM-GM(1,1)模型预测精度高。

关键词: 高边坡; 变形监测; 背景值; 动态权值; WM-GM(1,1)预测模型

中图分类号: TU 413

文献标识码: A

Weighted multi-point grey model and its application to high rock slope deformation forecast

HE Xi-ping^{1,2}, HUA Xi-sheng¹, HE Xiu-feng¹

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Department of Hydraulic Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330029, China)

Abstract: Slope deformation is a complex systematic process. Single point model named GM(1,1) can't consider correlation of the deformation between the discrete monitoring points. The method of determining dynamic weight is presented; and the new weighted multi-point grey model named WM-GM(1,1) forecasting the slope deformation is established by analyzing the shortcoming of GM(1,1) which can't acquire the appropriate background value. A case study based on the Matlab program shows that the forecast result of WM-GM(1,1) is more precise than that of the GM(1,1).

Key words: high rock slope; deformation monitoring; background value; dynamic weight; WM-GM(1,1)

1 引言

边坡变形是一个复杂的系统, 研究人员应通过对边坡变形监测网进行长期、不间断观测, 获取实测的时间序列数据资料信息, 建立变形预测的数学模型, 从而对边坡变形破坏进行预测。由于边坡变形与稳定的高度非线性特征和影响因素的模糊不确定性, 灰色理论在边坡变形预测方面得到广泛应用, 蒋刚等人利用灰色理论建立了单一监测点的GM(1,1)变形预测模型^[1]。为提高模型长期预测精度, 通常可采用误差修正和等维新息等方法对GM(1,1)模型进行改进。通过更深一步的研究, 靳晓光建立了适合非等间距的高、低增长序列的普适灰色模型^[2]; 柳治国引入时变参数, 建立了非等间

距灰色时变参数模型^[3]; 巫德斌为提高非等间距GM(1,1)模型的计算速度, 提出了逐步替代法GM(1,1)优化模型^[4]; 高玮将GM(1,1)预测模型与神经网络结合起来, 建立了灰色-进化神经网络模型^[5]; 唐天国对一次累加生成序列的拟合曲线进行了改进, 得到改进的GM(1,1)模型^[6]。

实际上, 在多个不同空间监测点组成的变形监测网中, 任何一个监测点的变形都不是孤立的, 它在受到其他监测点影响的同时, 也影响着其他点的变形, 监测点之间的变形是相互关联的, 边坡变形是一个整体的变形。所以, 上述以单点监测资料建立的模型是一种局部的建模, 因此, 必须建立描述边坡整体变形趋势和变形规律的多点模型, 才能符合边坡变形系统的客观实际。为此, 文献[7]将单点

GM(1,1) 预测模型扩展为多点预测模型, 即 M-GM(1,1) 模型。但其模型中背景值的取值方法与单点 GM(1,1) 预测模型一致, 背景值的取值方法存在不足, 本文提出一种简便的动态定权方法, 通过对观测值赋予一定的动态权值, 计算新的背景值, 建立加权多点灰色预测模型——WM-GM(1,1) 模型。从实例计算表明, 加权多点灰色模型的预测精度较单点 GM(1,1) 预测模型高, 其短期预测精度略高于 M-GM(1,1) 模型。

2 多点灰色模型原理^[7]

设边坡变形监测网布设 n 个监测点, 监测数据序列为 $X_i^{(0)} = \{x_i^{(0)}(j)\}$, $i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, m$, 一阶累加生成序列为 $X_i^{(1)} = \{x_i^{(1)}(j)\}$ 。考虑 n 个监测点间的相互关联和影响, 对此生成序列建立 n 元一阶常微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1^{(1)}}{dt} &= a_{11}x_1^{(1)} + a_{12}x_2^{(1)} + \dots + a_{1n}x_n^{(1)} + b_1 \\ \frac{dx_2^{(1)}}{dt} &= a_{21}x_1^{(1)} + a_{22}x_2^{(1)} + \dots + a_{2n}x_n^{(1)} + b_2 \\ \frac{dx_n^{(1)}}{dt} &= a_{n1}x_1^{(1)} + a_{n2}x_2^{(1)} + \dots + a_{nn}x_n^{(1)} + b_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: a_{ij} 和 b_i 均为模型参数。

式(1)写成矩阵形式为

$$\frac{d\mathbf{X}^{(1)}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X}^{(1)} + \mathbf{B} \quad (2)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \cdots \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

由积分生成变换原理, 对式(2)两边乘 e^{-At} , 并在区间 $[0, t]$ 上积分, 经整理后得

$$\mathbf{X}^{(1)}(t) = e^{At}(\mathbf{X}^{(0)}(0) + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}) - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (4)$$

上式即为生成序列模型的一般形式。对式(1)离散化后用最小二乘法可以求出模型对数的值, 从而建立预测模型。

3 WM-GM(1,1) 建模

3.1 背景值的动态定权方法

传统 GM(1, 1) 模型中背景值的取值是基于以下假设条件的: 在 $\Delta t = 1$ 的很短时间内, 从变量 $x(t)$ 到 $x(t + \Delta t)$ 之间不会出现突变量。为此, 将紧邻值的前值和后值作等权处理, 取 $x(t+1)$ 和 $x(t)$ 的平均值作为

背景值 z , 即

$$z(t) = 0.5 [x(t+1) + x(t)] \quad (5)$$

尽管 Δt 只是一种相对短的时间概念, 但对于变形增长速度较快的高增长变形体来说, 在 Δt 时间内, 变形体仍有可能出现突变, 或以一种不平均的速率发生变形。为此, 周世健、黄铭、汪孔政等人建立了加权 GM(1,1) 模型^[8-10], 模型中背景值的权值通常是用试算法或搜索法确定。

上述定权方法计算过程比较复杂, 最终需要人为选取一个模型进行预测, 考虑到边坡变形发展的连续性, 笔者提出一种简便的动态定权方法, 对较近期的观测数据赋予较大的权, 突出新数据的作用和地位, 提高模型预测精度。

根据上述思路, 定义各期观测数据的动态权值 p 为

$$z_i^{(1)}(j+1) = p_i(j+1)x_i^{(1)}(j+1) + p_i(j)x_i^{(1)}(j) \quad (6)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} p_i(j+1) &= \frac{m-j+1}{2(m-j)+1} \\ p_i(j) &= \frac{m-j}{2(m-j)+1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对于非等间距时间序列 $X_i^{(0)} = \{x_i^{(0)}(j)\}$, $i=1, 2, \dots, n$; $j=t_1, t_2, \dots, t_m$, 式(6)中的权值可相应地按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} p_i(j+1) &= \frac{t_m - t_j + 1}{2(t_m - t_j) + 1} \\ p_i(j) &= \frac{t_m - t_j}{2(t_m - t_j) + 1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3.2 WM-GM(1,1) 建模

$$\text{令 } \mathbf{L} = \begin{pmatrix} z_1^{(1)}(2) & \cdots & z_n^{(1)}(2) & 1 \\ z_1^{(1)}(3) & \cdots & z_n^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ z_1^{(1)}(m) & \cdots & z_n^{(1)}(m) & 1 \end{pmatrix}_{(m-1)(n+1)} \quad (9)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x_1^{(0)}(2) & x_2^{(0)}(2) & \cdots & x_n^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) & x_2^{(0)}(3) & \cdots & x_n^{(0)}(3) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_1^{(0)}(m) & x_2^{(0)}(m) & \cdots & x_n^{(0)}(m) \end{pmatrix}_{(m-1)n} \quad (10)$$

根据最小二乘原理, 模型参数 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的估值可按式计算:

$$\hat{\mathbf{H}} = (\mathbf{L}^T - \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{Y} \quad (11)$$

其中:

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \hat{a}_{11} & \hat{a}_{12} & \cdots & \hat{a}_{1n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hat{a}_{n1} & \hat{a}_{n2} & \cdots & \hat{a}_{nm} \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \end{bmatrix}_{(n+1)n} = \begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix} \quad (12)$$

式(1)离散化的响应函数为

$$\hat{X}_i^{(1)}(j) = (X^{(1)}(1) + \hat{A}^{-1}\hat{B})(I + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\hat{A}^i}{i!}(j-1)^i) - \hat{A}^{-1}\hat{B} \quad (13)$$

计算还原值为

$$\hat{X}_i^{(0)}(j) = \hat{X}_i^{(1)}(j) + \hat{X}_i^{(1)}(j-1) \quad (14)$$

式中: $\hat{X}_i^{(0)}(1) = X_i^{(0)}(1)$; $i=1,2,\cdots,n$; $j=1,2,\cdots,m$ 。

当 $j < m$ 时, $X^{(0)}(j)$ 为模拟(或拟合)值; $j = m$ 时, $X^{(0)}(j)$ 为滤波值; $j > m$ 时, $X^{(0)}(j)$ 为预测值。

4 应用实例

小湾水电站枢纽区域山高坡陡,河谷狭窄,呈“V”字形,高程1 600 m以下的两岸平均坡度为 $40^\circ \sim 42^\circ$,分布有饮水沟和大椿树沟等堆积体,最大连续开挖高度近700 m。由于地质条件复杂,边坡开挖易产生沿顺河向陡倾角节理的倾倒变形和沿顺坡向中缓倾角剪切裂隙的滑移型崩塌以及基岩与堆积层接触界面整体失稳或局部圆弧形滑动等破坏。高边坡问题是电站建设中的重大工程问题。

由于饮水沟堆积体边坡地质地形条件复杂、测点众多,加上边坡投入大量的抢险施工工作,导致常规全站仪监测任务十分繁重、监测信息资料反馈的及时性和实时性均受到一定的制约;同时,由于临近雨季以及抢险施工存在的安全隐患和干扰,单纯采用常规监测方法已不能满足频繁的监测任务。为此,在原有常规监测基础上,增加GPS监测手段对边坡变形进行监测,小湾水电站2[#]山梁饮水沟堆积体高边坡一期GPS变形监测工程于2004年6月建成并投入使用。

一期GPS变形监测监控网由16个点构成,如图1所示。其中14个监测点均匀覆盖在2号山梁体的10条马道上,每条马道分布有1~2个监测点,监测点TP22, TP25, TP29, TP35, TP36接在同一台多天线控制器的不同通道上^[11]。根据各点前8个月的实测数据,分别利用GM(1,1), M-GM(1,1)和WM-GM(1,1)3种模型预测后两个月的变形值,预测结果分别见表1~5所示,3种不同模型预测后两个月变形误差的比较见表6所示。以TP22点为例,绘出其3种模型预测值曲线,如图2所示。

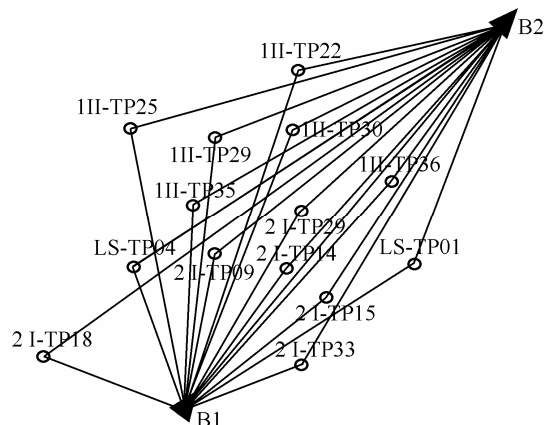


图1 小湾电站2[#]山梁高边坡监测网

Fig.1 Deformation monitoring network of slope #2 at Xiaowan Hydropower Station

表1 TP22点不同模型预测值(单位: mm)

Table 1 Forecast of different models of the point TP22 (unit: mm)

月份	实测值	WM-GM(1,1)		M-GM(1,1)		GM(1,1)	
		拟合值	预测值	拟合值	预测值	拟合值	预测值
6	11.02	11.020	/	11.020	/	11.020	/
7	23.05	22.871	/	23.257	/	27.532	/
8	31.56	31.259	/	31.497	/	32.031	/
9	38.76	38.125	/	38.413	/	37.264	/
10	45.22	44.745	/	45.344	/	43.352	/
11	52.75	52.693	/	53.072	/	50.435	/
12	59.45	60.876	/	60.428	/	58.675	/
1	65.41	66.551	/	65.765	/	68.262	/
2	68.57	/	68.988	/	68.710	/	79.415
3	70.36	/	69.729	/	69.525	/	92.390

表2 TP25点不同模型预测值(单位: mm)

Table 2 Forecast of different models of the point TP25 (unit: mm)

月份	实测值	WM-GM(1,1)		M-GM(1,1)		GM(1,1)	
		拟合值	预测值	拟合值	预测值	拟合值	预测值
6	16.24	16.240	/	16.240	/	16.240	/
7	27.61	27.146	/	27.660	/	32.355	/
8	37.18	37.895	/	37.973	/	37.081	/
9	45.39	44.449	/	44.390	/	42.499	/
10	50.59	48.553	/	49.546	/	48.707	/
11	56.13	56.518	/	57.595	/	55.823	/
12	64.94	67.583	/	66.618	/	63.978	/
1	71.17	74.153	/	72.008	/	73.324	/
2	76.30	/	73.351	/	73.020	/	84.035
3	80.23	/	70.844	/	72.044	/	96.312

表 3 TP29 点不同模型预测值(单位: mm)
Table 3 Forecast of different models of the point TP29 (unit: mm)

月份	实测值	WM-GM(1,1)		M-GM(1,1)		GM(1,1)	
		拟合值	预测值	拟合值	预测值	拟合值	预测值
6	10.18	10.180	/	10.180	/	10.180	/
7	25.30	25.52	/	26.020	/	33.752	/
8	38.76	37.80	/	38.176	/	38.389	/
9	46.62	47.256	/	47.208	/	43.663	/
10	54.18	53.378	/	53.472	/	49.661	/
11	59.37	58.363	/	59.060	/	56.484	/
12	64.05	65.217	/	65.377	/	64.244	/
1	69.05	71.882	/	70.423	/	73.070	/
2	72.99	/	73.536	71.586	/	/	83.108
3	76.81	/	69.458	68.655	/	/	94.525

表 4 TP35 点不同模型预测值(单位: mm)
Table 4 Forecast of different models of the point TP35 (unit: mm)

月份	实测值	WM-GM(1,1)		M-GM(1,1)		GM(1,1)	
		拟合值	预测值	拟合值	预测值	拟合值	预测值
6	11.83	11.830	/	11.830	/	11.830	/
7	29.15	27.962	/	28.424	/	33.243	/
8	35.34	36.507	/	36.864	/	37.552	/
9	45.29	45.267	/	45.084	/	42.420	/
10	51.52	50.128	/	50.380	/	47.919	/
11	55.48	54.941	/	55.923	/	54.131	/
12	61.68	62.741	/	62.763	/	61.147	/
1	66.17	69.787	/	67.924	/	69.074	/
2	70.02	/	70.679	/	68.831	/	78.028
3	73.42	/	66.277	/	66.091	/	88.143

表 5 TP36 点不同模型预测值(单位: mm)
Table 5 Forecast of different models of the point TP36 (unit: mm)

月份	实测值	WM-GM(1,1)		M-GM(1,1)		GM(1,1)	
		拟合值	预测值	拟合值	预测值	拟合值	预测值
6	13.23	13.230	/	13.230	/	13.230	/
7	24.17	24.538	/	24.923	/	30.306	/
8	35.02	34.078	/	34.280	/	34.245	/
9	40.65	40.560	/	40.724	/	38.697	/
10	46.33	46.031	/	46.386	/	43.727	/
11	52.03	51.856	/	52.096	/	49.410	/
12	56.11	57.712	/	57.245	/	55.833	/
1	59.88	61.328	/	60.319	/	63.090	/
2	62.11	/	61.346	/	60.549	/	71.291
3	64.95	/	58.635	/	58.016	/	80.558

表 6 3 种模型预测误差比较(单位: mm)
Table 6 Forecasting error comparison among three different models(unit: mm)

预测模型	2 月份预测误差		3 月份预测误差	
	最大值	平均值	最大值	平均值
WM-GM(1,1)	-2.95	1.07	-9.39	6.17
M-GM(1,1)	-3.28	1.51	-8.19	6.42
GM(1,1)	10.84	9.18	22.03	17.23

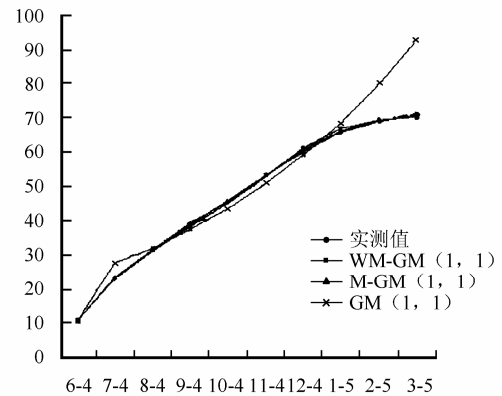


图 2 TP22 点不同模型的预测值曲线
Fig.2 Forecasting curve of different models of the point TP22

5 结 论

从上述数据可以看出:

(1) WM-GM(1,1)模型预测下一步(上例中的2月份)的精度明显高于M-GM(1,1)模型,但当预测下二步以上值时,其预测精度要略低于M-GM(1,1)模型。提高多步预测精度的方法可以采用等维新息法,即不断用新的观测值加入模型来预测下一期数值。

(2) WM-GM(1,1)模型和M-GM(1,1)模型的预测精度远远高于GM(1,1)模型。

(3) 多点灰色变形预测模型可以实现多个监测点变形的整体预测,适合于布设在同一区间的多个监测点的边坡变形预报工作。

由于本文监测数据是用GPS连续观测得到的,所以文中处理时仅以等间距序列为例。对于非等间距监测数据序列,本文提出的动态定权方法同样适用。

参 考 文 献

- [1] 蒋刚,林鲁生,刘祖德,等. 边坡变形的灰色预测模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 244—246.
JIANG Gang, LIN Lu-sheng, LIU Zu-de, et al. Prediction grey model for slope displacement[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, 21(3): 244—246.
- [2] 靳晓光,李晓红. 边坡变形模拟预测的普适灰色模型[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2001, 12(2): 51—55.
JIN Xiao-guang, LI Xiao-hong. General adequate grey model of modeling forecasting of slope deformation[J]. *The Chinese Journal of Geological Hazard and Control*, 2001, 12(2): 51—55.

- [3] 柳治国, 陈善雄, 徐海滨. 沉降预测的非等步长灰色时变参数模型[J]. 岩土力学, 2004, 25(12): 1 919—1 922.
LIU Zhi-guo, CHEN Shan-xiong, XU Hai-bin. Unequal step lengths grey time-varying parameters model for settlement prediction[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(12): 1 919—1 922.
- [4] 巫德斌, 徐卫亚. 基于GM (1, 1)优化模型的岩石边坡变形预测[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2003, 14(1): 85—89.
WU De-bin, XU Wei-ya. Forecasting of rock slope displacement based on GM (1, 1) optimized model[J]. **The Chinese Journal of Geological Hazard and Control**, 2003, 14(1): 85—89.
- [5] 高玮, 冯夏庭. 基于灰色-进化神经网络的滑坡变形预测研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(4): 514—517.
GAO Wei, FENG Xia-ting. Study on displacement predication of landslide based on grey system and evolutionary neural network[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(4): 514—517.
- [6] 唐天国, 万星, 刘浩吾. 高边坡安全监测的改进GM模型预测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 307—312.
TANG Tian-guo, WAN Xing, LIU Hao-wu. Improved GM model for safety monitoring of high rock slopes[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(2): 307—312.
- [7] 王穗辉, 潘国荣. 基于MATLAB多变量灰色模型及其在变形预测中的应用[J]. 土木工程学报, 2005, 38(5): 24—27.
WANG Sui-hui, PAN Guo-rong. A MATLAB-based multivariate grey model and its application[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2005, 38(5): 24—27.
- [8] 周世健, 赖志坤, 藏德彦, 等. 加权灰色预测模型及其计算实现[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2002, 27(5): 451—455.
ZHOU Shi-jian, LAI Zhi-kun, ZANG De-yan, et al. Weighted grey prediction model and implement of its computation[J]. **Geomatics and Information Science of Wuhan University**, 2002, 27(5): 451—455.
- [9] 黄铭, 刘俊, 潘翔. 加权灰色与加权统计模型在边坡变形预测中的应用研究[J]. 长江科学院院报, 2005, 22(4): 76—79.
HUANG Ming, LIU Jun, PAN Xiang. Applications of weighted regression model and weighted GM in slope deformation forecast[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2005, 22(4): 76—79.
- [10] 汪孔政. 时变参数PGM(1,1)变形预测模型及其应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2005, 30(5): 456—459.
WANG Kong-zheng. Time-varying parameter PGM (1,1) deformation prediction model and its applications[J]. **Geomatics and Information Science of Wuhan University**, 2005, 30(5): 456—459.
- [11] 桑文刚, 何秀凤, 许斌, 等. 基于GPS多天线技术的远程自动化高边坡监测系统[J]. 水利水电科技进展, 2006, 26(1): 63—65.
SANG Wen-gang, HE Xiu-feng, XU Bin, et al. Multi-antenna GPS technique-based remote monitoring system for steep slopes[J]. **Advances in Science and Technology of Water Resources**, 2006, 26(1): 63—65.

会 讯

第十届国际滑坡与工程边坡会议

第十届国际滑坡与工程边坡会议将于2008年6月30日~7月4日在中国西安举行。本次会议是国际土力学与岩土工程学会、国际岩石力学学会、国际工程地质与环境协会下设的滑坡与工程边坡专业委员会(JTC1)最重要的学术活动, 每四年举办一次; 是由中国土木工程学会土力学与岩土工程分会、中国岩石力学与工程学会、中国地质学会工程地质专业委员会和香港工程师学会岩土分会联合举办的一次非常重要的国际学术会议。

本次会议将为全球范围内该领域的专家和学者们提供一个难得的进行信息交流和共享经验的机会和平台。

会议议题: (1) 地貌学、地质模型和特性; (2) 滑坡分析方法、分析模型和边坡变形预测; (3) 滑坡的作用机制、监测和预警; (4) 地震对边坡的影响; (5) 气候、水文和滑坡; (6) 边坡加固和防护; (7) 风险评估和管理; (8) 中国日: 中国的滑坡和边坡工程(邀请报告)。

详细会议信息参见会议网址: <http://www.landslide.iwhr.com>